

I Théorème d'Euler

Définition

Une chaîne contenant une fois et une seule toutes les arêtes du graphe (ou les arcs dans le cas orienté) est appelée **chaîne eulérienne**.

Théorème d'Euler : un graphe connexe admet une chaîne eulérienne si et seulement si ses sommets sont tous de degré pair sauf au plus deux.

II Distance et diamètre

Définition

1. La **distance** entre deux sommets distincts est la longueur de la plus courte chaîne qui les relie.
2. Le **diamètre** d'un graphe est la plus petite distance entre deux sommets.

III Nombre chromatique

Définition

Le **nombre chromatique** d'un graphe est le nombre minimal de couleurs à utiliser afin que chaque sommet du graphe soit colorié de sorte que deux sommets adjacents soient de couleurs différentes.

Propriétés

- Le nombre chromatique d'un graphe complet (deux sommets quelconques du graphe sont toujours reliés par exactement une arête) est égal à l'ordre du graphe (le nombre de ses sommets).
- Si un graphe G contient un sous-graphe complet G' , alors le nombre chromatique de G est au moins égal à l'ordre chromatique de G' .
- Le nombre chromatique d'un graphe est au plus égal à $d_m + 1$ avec d_m le plus haut degré des sommets.
- Le nombre chromatique d'un graphe planaire est au plus égal à 5 (voir 4 si on admet le théorème des 4 couleurs démontré par ordinateur).